

CONTROL DE LA EXACTITUD POSICIONAL EN CARTOGRAFÍA

PRIMER BORRADOR

Miguel E. Ruano N
Ing. Geógrafo
Normalización

1. INTRODUCCIÓN.

La determinación de la exactitud posicional en cartografía es un problema que a diario hay que resolver en las áreas donde se necesita manipular información georeferenciada, esta debe ser considerada cuantitativamente bajo la normativa nacional (IPGH) y también internacional ISO/TC 211 (19113), USGS 1994, que definen del cómo se obtendrá la exactitud posicional de un conjunto de datos cartográficos.

2. GLOSARIO DE TÉRMINOS.

Exactitud, también llamada fidelidad, que expresa la diferencia entre el valor de la realidad y la medición realizada.

Precisión, expresa el grado de detalle utilizado para realizar la medición o el grado de repetibilidad entre mediciones sucesivas.

Resolución se refiere al objeto más pequeño que se puede representar en los datos.

Detección expresa la capacidad del usuario(a) para distinguir dos objetos en un producto analógico o digital; con frecuencia se asume como dos veces el valor de la resolución (Fisher, 1991).

Escala representa la relación entre el tamaño de los objetos en el mundo real y su tamaño en un mapa analógico.

La resolución y la escala están íntimamente relacionadas pues el objeto o elemento más pequeño que se puede representar estará determinado por la escala a la cual se representa.

Calidad de un producto: es el nivel de cumplimiento de los estándares de acuerdo a los requeridos por el usuario para un determinado uso.

3. PROCEDIMIENTO.

3.1. SECTORIZACIÓN DEL ÁREA CARTOGRAFIADA.

Para realizar la evaluación posicional de los detalles cartografiados de una determinada extensión de terreno, es conveniente primero delimitar el área y dividirla en hojas, ajustadas en lo posible a un formato de carta nacional (para escalas grandes aquellas que se derivan de la escala 1:100.000) o aquel que sea adecuado y conveniente para esta operación. En caso que se utilice el formato de carta nacional, se recomienda usar el mapa índice como referencia, para tal efecto, se tomarán las normas nacionales vigentes, la escala y parámetros establecidos por el organismo competente; así mismo se deberá conocer las especificaciones técnicas con las cuales fueron construidas para obtener de ellas las precisiones ofrecidas para el levantamiento, así como también todos los parámetros cartográficos utilizados.

Si el área seleccionada para evaluar, cubre un sector geográfico suficientemente amplio cartografiado a una escala media o grande, se dividirá en hojas, para realizar un muestreo estratificado de ellas, para lo cual se sectorizará el área, en función de alguna característica geográfica importante; a manera de ejemplo, dividiremos en urbana, interurbana y rural; en caso de predominio de alguna de ellas, se aplicará la metodología planteada sin ningún tipo de restricción:

Estrato	Clasificación	Número de hojas	Proporción por estrato
1	Urbana	n_1	n_1 / N
2	Interurbana	n_2	n_2 / N

Estrato	Clasificación	Número de hojas	Proporción por estrato
3	Rural	n_3	N_3/N
Total		N	1

Lo que proporcionará el número de hojas por área clasificada. Cuando el número de hojas sea demasiado grande, es necesario definir el tamaño de la muestra con la siguiente fórmula:

$$n = N * S^2 * Z^2 / (N - 1) * E^2 + S^2 * Z^2$$

En donde: n = Tamaño de la muestra.
 N = Número de elementos de la población.
 $S^2 = (0.5)^2$; Varianza (valor constante)
 Z = Nivel de confianza (1.95 para el 95 %)
 E =Error máximo admisible (0.1)

Por cada hoja seleccionada se deberán escoger como mínimo 20¹ puntos para evaluar la precisión posicional (horizontal y vertical) y verificando que cumple con una conformación Gausiana para que esta sea aplicanda, caso contrario se deberá aplicar la *t* de Student. Es decir se utilizará como ejemplo la norma estadounidense NSSDA (1998), la misma que identifica al estimador usual de la desviación estándar como el estadístico a utilizar en la cuantificación de la Exactitud.

En el caso que se quiera determinar el tamaño de la muestra con el número de puntos a evaluar, se ejecutará el mismo procedimiento, tomando en cuenta la cantidad de puntos que puedan ser evaluados como el tamaño de la población y la varianza con la cual se quiere obtener la evaluación; el error máximo que se quiere obtener cada punto, (dependerá de la escala en la que estén ploteados los puntos) y el nivel de confianza con el que se quiera alcanzar esta prueba.

3.2. RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.

Con base a las consideraciones anteriores, y una vez que se hayan definido las hojas a evaluarse, en el caso que esté cubierto con un determinado número de ellas; el trabajo debe orientarse a obtener la información de los puntos que servirán para la evaluación de la cartografía; que pueden ser obtenidos mediante procedimientos en gabinete o campo. Para el primer caso se deberá utilizar cartografía del mismo sector a escala más grande a la evaluada, escogiendo puntos identificados en las dos cartografías; y, para la segunda deberán establecerse, en lo posible, puntos que sean identificables en la cartografía a evaluar y en el terreno, por lo que se deberá llevar el impreso al campo, y una vez reconocidos, podrán ser materializados (con marcas permanentes o temporales), si el caso y el costo lo amerita, para que más tarde sean determinados y ploteados, de tal manera que refleje la ubicación de los mismos dentro del área a evaluar. Para el tratamiento estadístico respectivo, en los dos casos, se acompañará a este documento el listado de coordenadas de los puntos.

a) Captura de coordenadas.

Se debe identificar en la cartografía a evaluar (digital o analógica), puntos candidatos a ser considerados para la evaluación cartométrica, en función de su localización, distribución y definición en el campo. En el mismo sentido, se identificarán y analizarán puntos geodésicos de la red básica nacional a ser observados, para georeferenciar los puntos escogidos a ser determinados.

La captura de coordenadas de los puntos seleccionados, deben realizarse usando metodologías que garanticen la precisión deseada, de acuerdo a la escala de la cartografía a evaluar², con equipos GPS que aseguren observaciones diferenciales logrando precisiones en la determinación de los puntos del orden de los centímetros o por otros procedimientos. Esto resulta básico para futuros cálculos de los parámetros de transformación como el orden de precisión aceptable. En esta actividad es fundamental tener en cuenta, la precisión necesaria y suficiente que tiene sentido recoger; por ejemplo, si una cartografía tiene una exactitud del orden de los 10 metros, no tiene

1 Se definen 20 puntos por ser suficientes en la experiencia del IGM, condicionados a una buena distribución y dependiendo de la topografía del terreno.

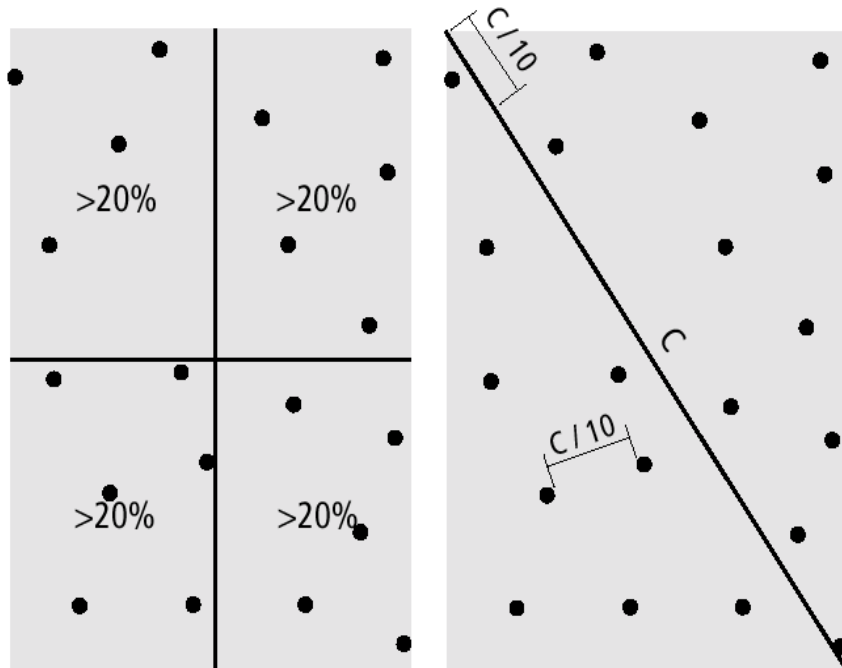
2 Se puede tomar como referencia al documento "Estándares de Evaluación para productos cartográficos impresos", publicado por el IGM-2008.

sentido recoger las coordenadas de los puntos más allá de estas unidades, hacerlo sería un error.

Para la selección de los puntos, estos deben reunir las siguientes condiciones generales:

- Distribución homogénea en el área cartografiada, se aconseja colocar sectores que contengan los puntos a ser seleccionados en el campo. La distribución de estas zonas en lo posible estarán ubicadas no muy cerca de los extremos, centro y áreas urbanas.

Con respecto a la distribución espacial³ en la siguiente figura, ilustra dos aspectos. A la izquierda, muestra que en cada cuadrante deberán estar localizados al menos 20% de los Puntos de Control. La separación entre los mismos tampoco queda libre; se espera que la distancia entre ellos supere siempre de un décimo de la diagonal del área a evaluar.



Características ideales para la distribución de los Puntos de Control. A la izquierda, distribución espacial. A la derecha, separación entre puntos. Tomado de Cialek et al. (1999)

- Deberán ser puntos identificables en la cartografía y en el terreno.
- Para el caso de cartografía a escala grande, los pares de puntos, deberán estar en la misma alineación de la manzana (en mapas urbanos), para de esta forma también poder determinar las distancias relativas entre los puntos y aquellos tomados de la cartografía digital.

➤ En gabinete.

El alto costo que involucra la captura utilizando el procedimiento en el campo a impedido que se lo realice consuetudinariamente, debiendo acudir a otros procedimientos como el de gabinete; utilizando en unos casos y de existir, cartografía del mismo sector a una escala más grande de la que tiene la cartografía a evaluar; en otros, se puede utilizar fotografías aerotrianguladas que cubran el sector cartografiado y obtener, utilizando cualquier procedimiento las coordenadas de ubicación de estos puntos, que mas tarde serán ploteados en la cartografía a evaluar, obteniendo en cualquiera de los casos diferencias entre las coordenadas obtenidas con las leídas en el documento.

➤ En campo.

El procedimiento seguido para determinar la exactitud posicional de la cartografía, es aquel que comúnmente se realiza en la determinación de puntos para control suplementario, esto implica realizar todas las actividades que involucren la planificación, reconocimiento, monumentación (si fuera del caso), observación y cálculo de coordenadas, debiendo de tomar mucho cuidado en el

³ Tomado del artículo Calidad de la Información Geográfica.- **Carlos López** (Universitario Autónomo del Sur – Montevideo – URUGUAY)- 2006.

sistema de referencia geodésico utilizado.

Para ilustrar la metodología se ha tomado como ejemplo las observaciones directas en el campo ayudados con un GPS y nivelación geométrica, datos considerados como verdaderos en la aplicación de la metodología.

C-10-2	9.693.840,48	738.695,00	2.511,27	9.693.840,56	738.695,00	PTO. GPS
1	9.693.799,06	738.887,13	2.460,21	9.693.799,24	738.887,39	MURO
2	9.693.776,84	738.904,24	2.457,79	9.693.777,48	738.904,02	MURO
3	9.693.792,29	738.914,34	2.461,74	9.693.792,49	738.914,19	MURO
4	9.693.812,96	738.876,38	2.463,38	9.693.812,91	738.876,48	POSTE
5	9.693.823,15	738.870,04	2.464,92	9.693.822,89	738.870,05	POSTE
6	9.693.835,14	738.858,69	2.465,56	9.693.834,61	738.859,06	CASA
7	9.693.878,50	738.829,06	2.471,15	9.693.878,47	738.828,71	CASA
8	9.693.878,12	738.834,67	2.470,46	9.693.878,08	738.834,39	CASA
9	9.693.880,50	738.837,41	2.470,68	9.693.880,05	738.838,02	CASA
11	9.693.881,18	738.834,21	2.471,98	9.693.881,48	738.834,19	CASA
12	9.693.883,44	738.833,56	2.473,23	9.693.883,12	738.833,93	CASA
14	9.693.806,80	738.835,06	2.465,17	9.693.807,02	738.834,97	POSTE
15	9.693.784,99	738.837,88	2.465,55	9.693.784,86	738.838,15	CASA
16	9.693.803,35	738.839,98	2.464,57	9.693.803,52	738.840,38	CASA
17	9.693.804,07	738.834,21	2.465,44	9.693.804,10	738.834,14	CASA
18	9.693.817,02	738.825,42	2.465,39	9.693.816,84	738.825,52	CASA
C-10-1	9.693.826,60	738.894,23	2.465,14	9.693.826,38	738.894,19	PTO. GPS
19	9.693.893,62	738.677,44	2.509,34	9.693.893,32	738.677,07	POSTE
20	9.693.886,29	738.695,64	2.511,58	9.693.886,23	738.695,37	POSTE
22	9.693.782,03	738.633,40	2.485,98	9.693.781,93	738.633,07	CASA
23	9.693.779,36	738.624,87	2.485,15	9.693.779,38	738.624,10	CASA
24	9.693.782,81	738.629,33	2.485,43	9.693.783,37	738.628,97	CASA
25	9.693.785,52	738.628,30	2.485,26	9.693.785,25	738.628,20	CASA
26	9.693.818,23	738.623,16	2.487,86	9.693.817,83	738.623,32	CASA
D-9-1	9.694.356,47	739.467,36	2.438,03	9.694.356,55	739.467,28	PTO. GPS
D-9-2	9.694.424,12	739.474,55	2.441,36	9.694.422,88	739.475,06	PTO. GPS
1	9.694.346,78	739.465,20	2.437,83	9.694.346,96	739.465,17	POSTE
2	9.694.292,74	739.450,22	2.435,02	9.694.292,81	739.450,25	POSTE
3	9.694.287,12	739.449,09	2.435,41	9.694.287,25	739.448,92	POSTE
4	9.694.246,34	739.427,88	2.433,98	9.694.246,25	739.427,93	POSTE
5	9.694.280,74	739.436,89	2.434,66	9.694.280,59	739.436,90	POSTE
6	9.694.314,40	739.445,62	2.435,25	9.694.314,46	739.445,61	POSTE
7	9.694.351,55	739.455,26	2.437,52	9.694.351,58	739.455,12	POSTE
8	9.694.391,10	739.465,23	2.439,60	9.694.391,59	739.465,24	POSTE
9	9.694.429,74	739.475,24	2.441,62	9.694.429,95	739.475,79	POSTE
10	9.694.349,90	739.466,72	2.437,94	9.694.349,76	739.466,80	POSTE
11	9.694.333,29	739.497,61	2.440,67	9.694.333,18	739.497,53	CERRAMIENTO
12	9.694.338,72	739.464,47	2.437,00	9.694.338,73	739.464,74	CERRAMIENTO
13	9.694.318,66	739.459,05	2.436,35	9.694.318,77	739.459,28	CERRAMIENTO
14	9.694.312,68	739.456,60	2.435,96	9.694.314,85	739.456,32	CERRAMIENTO
15	9.694.298,33	739.452,83	2.435,52	9.694.298,50	739.452,90	CERRAMIENTO
16	9.694.295,35	739.452,79	2.435,94	9.694.295,00	739.452,82	CERRAMIENTO
18	9.694.277,63	739.445,69	2.434,91	9.694.277,96	739.445,47	CERRAMIENTO
19	9.694.266,40	739.442,76	2.434,44	9.694.266,26	739.442,57	CERRAMIENTO
20	9.694.260,54	739.441,87	2.434,75	9.694.260,53	739.441,66	CERRAMIENTO
21	9.694.225,86	739.434,93	2.434,20	9.694.226,04	739.435,17	CERRAMIENTO
28	9.694.288,91	739.499,51	2.440,48	9.694.288,90	739.499,51	CALLE
31	9.694.327,20	739.466,38	2.437,21	9.694.327,50	739.464,82	CALLE
33	9.694.325,24	739.478,01	2.437,59	9.694.324,98	739.477,90	CASA
34	9.694.304,34	739.426,94	2.431,49	9.694.303,81	739.426,82	CERRAMIENTO
35	9.694.324,75	739.432,43	2.432,53	9.694.324,67	739.432,28	CERRAMIENTO
36	9.694.329,60	739.411,70	2.432,36	9.694.329,59	739.411,76	CERRAMIENTO
37	9.694.375,60	739.430,75	2.434,27	9.694.375,46	739.430,76	CASA
38	9.694.374,95	739.438,22	2.434,81	9.694.374,82	739.438,27	CASA
C-8-2	9694943,03	739135,85		9694943,14	739135,89	PTO. GPS
C-8-1	9694782,68	739250,89	2442,81	9694782,69	739249,84	PTO. GPS
2	9695013,48	739046,78	2460,97	9695013,74	739046,93	CASA
3	9695075,10	739054,22	2463,19	9695075,32	739054,29	CERCA
4	9695070,77	739101,08	2454,50	9695070,93	739101,24	CERCA
5	9695089,28	739065,63	2463,33	9695089,55	739065,52	CERCA
6	9695081,73	739106,13	2454,44	9695081,68	739106,00	CERCA
7	9695113,59	739080,41	2463,87	9695113,91	739080,27	CERCA
8	9695109,21	739120,75	2454,57	9695109,02	739120,69	CERCA
9	9695128,12	739084,90	2464,34	9695128,52	739084,79	CERCA
10	9695123,11	739128,88	2454,24	9695123,35	739128,33	CERCA
11	9695075,96	739105,62	2453,91	9695076,20	739105,15	CERCA
13	9695072,47	739165,26	2447,76	9695072,60	739165,37	CERRAMIENTO
14	9695096,94	739166,87	2448,39	9695097,05	739167,07	CERRAMIENTO
15	9695070,71	739194,99	2446,28	9695070,94	739194,93	CERRAMIENTO
16	9695072,22	739170,04	2447,32	9695072,33	739170,52	CERRAMIENTO
17	9695084,62	739165,97	2448,11	9695084,81	739166,24	CERRAMIENTO
18	9695060,92	739218,36	2444,84	9695061,10	739218,48	CERRAMIENTO
20	9695054,46	739288,30	2440,93	9695054,37	739288,84	CERRAMIENTO
21	9695060,42	739222,59	2444,52	9695060,70	739222,56	CERRAMIENTO
22	9695031,23	739257,07	2441,90	9695031,37	739257,03	CERRAMIENTO
23	9695025,31	739255,89	2441,98	9695025,45	739255,93	CERRAMIENTO
24	9695024,52	739260,76	2441,57	9695024,49	739260,39	CERRAMIENTO
25	9695069,28	739223,47	2444,92	9695069,32	739223,38	CERRAMIENTO
26	9695091,45	739219,39	2446,26	9695090,11	739218,37	PLAT
31	9695092,87	739217,27	2447,05	9695092,93	739217,25	PLAT
33	9694972,61	739116,44	2452,06	9694972,56	739116,59	CASA
34	9694977,07	739116,15	2452,62	9694977,23	739116,38	CASA
35	9694976,30	739102,95	2454,81	9694976,42	739102,95	CASA
36	9695021,00	739091,25	2454,56	9695020,95	739091,32	CERCA

Control Vertical.

PUNTOS	COTA DE LA CARTA (Hc)	COTA DEL TERRENO (Hd)
P – 10	2438,00	2437,94
P – 33	2438,00	2437,59
P – 38	2435,00	2434,81
D – 9 - 1	2438,00	2438,02
P – 6	2435,00	2435,25
P – 7	2437,00	2437,52
P – 40	2431,00	2431,36
P – 49	2434,00	2434,66
P – 50	2434,00	2434,85
PV – 7	2472,01	2471,71
C – 8 – 1	2442,80	2442,81
P – 14	2448,00	2448,39
P – 29	2445,00	2445,19
P – 19	2443,80	2443,73
P – 34	2452,90	2452,62
C – 10 – 2	2511,00	2511,27
P – 5	2465,00	2564,92
P – 3	2462,00	2461,74
P – 21	2486,00	2486,69
P – 15	2465,00	2465,55
C – 11 – 1	2427,00	2427,11
P – 1	2422,00	2421,73
P – 20	2422,00	2422,14
P – 28	2417,90	2418,53
P – 36	2417,00	2416,93
P – 41	2416,00	2415,61
P – 81	2427,00	2427,33
P – 80	2430,00	2429,71
P – 83	2429,00	2428,66

3.3. PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.

Con la información depurada de errores groseros y equivocaciones, es necesario aplicar los algoritmos de control de calidad para los puntos establecidos, encontrando las diferencias de coordenadas de los puntos observados en el campo con las leídas en el documento, aplicando la fórmula:

Para las coordenadas Norte $\Delta N = N_d - N_c$; y, para coordenadas Este $\Delta E = E_d - E_c$

Siendo :

ΔN = Diferencia de posición al Norte, entre la carta y terreno.

N_c = posición del punto en la carta.

N_d = posición del punto en el terreno.

Siendo:

ΔE = Diferencia de posición al Este, entre la carta y terreno.

E_c = posición del punto en la carta.

E_d = posición del punto en el terreno.

Para las elevaciones, $\Delta H = H_d - H_c$;

Siendo:

ΔH = Diferencia de cota entre la carta y terreno.

H_c = Cota (elevación) en la carta.

Hd = Cota (elevación) en el terreno.

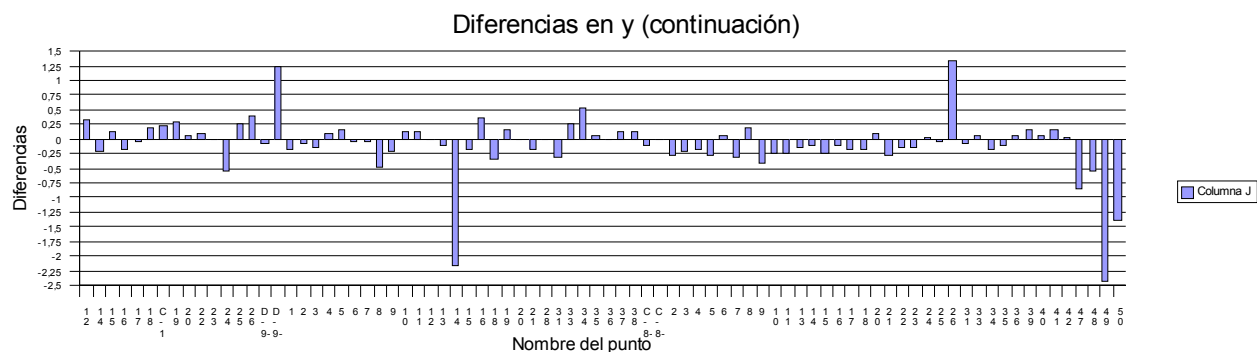
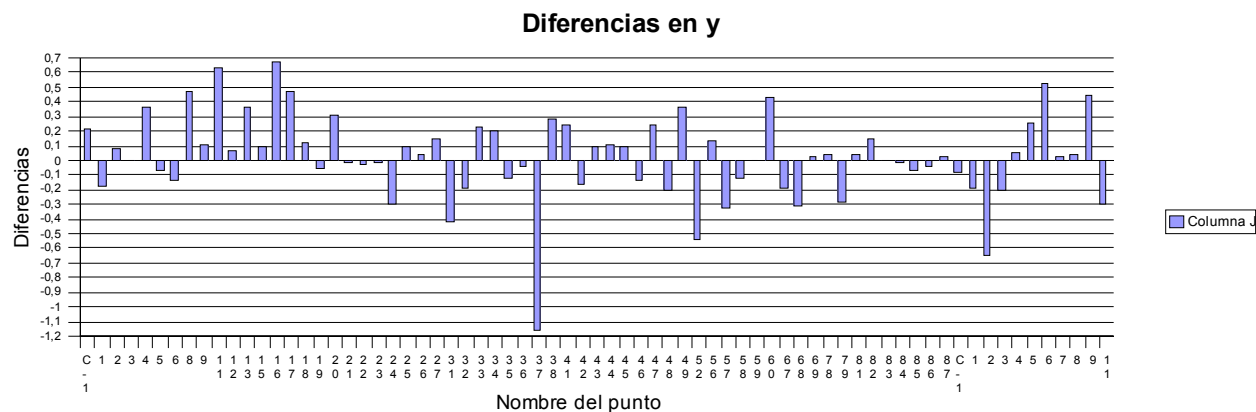
ID	DIFERENCIAS		
	PUNTO	NORTE (ΔN)	ESTE (ΔE) VECTOR
C-11-1		0,22	0,11 0,24
1		-0,17	0,27 0,32
2		0,08	0,11 0,14
3		0	0,34 0,34
4		0,37	0,14 0,4
5		-0,07	0,29 0,3
6		-0,13	0,27 0,3
8		0,48	0,28 0,55
9		0,11	0,06 0,12
11		0,64	0,12 0,65
12		0,07	0,09 0,11
13		0,36	-0,24 0,44
15		0,1	0,43 0,44
16		0,68	0,24 0,72
17		0,48	-0,03 0,48
18		0,12	-0,15 0,19
19		-0,05	-0,01 0,05
20		0,31	0,74 0,8
21		-0,01	-0,26 0,26
22		-0,03	0,13 0,13
23		-0,01	0,1 0,1
24		-0,29	0,86 0,91
25		0,09	0,81 0,82
26		0,04	0,54 0,54
27		0,15	0,63 0,65
31		-0,41	0,18 0,45
32		-0,19	-0,06 0,2
33		0,22	-0,02 0,22
34		0,2	0,39 0,44
35		-0,12	0,36 0,38
36		-0,05	-0,05 0,07
37		-1,15	0,55 1,28
38		0,29	-0,21 0,35
41		0,25	0,05 0,25
42		-0,16	-0,1 0,19
43		0,1	0,09 0,13
44		0,11	0,13 0,17
45		0,09	0,26 0,27
46		-0,13	-0,04 0,14
47		0,24	0,51 0,56
48		-0,2	0,19 0,28
49		0,37	-0,48 0,61
52		-0,54	0,21 0,58
56		0,13	-0,01 0,13
57		-0,32	-0,45 0,55
58		-0,12	0,3 0,32
59		0	0,12 0,12
60		0,43	-0,47 0,64
67		-0,19	0,24 0,3
68		-0,31	0,95 0,99
69		0,03	0,15 0,15
78		0,04	-0,01 0,04
79		-0,29	-0,01 0,29
81		0,04	0,1 0,1
82		0,15	-0,08 0,17
83		0	0,05 0,05
84		-0,01	0,07 0,07
85		-0,06	0,03 0,07
86		-0,04	0,14 0,15
87		0,03	-0,06 0,07
C-10-2		-0,08	0 0,08
1		-0,18	-0,26 0,32
2		-0,64	0,22 0,68

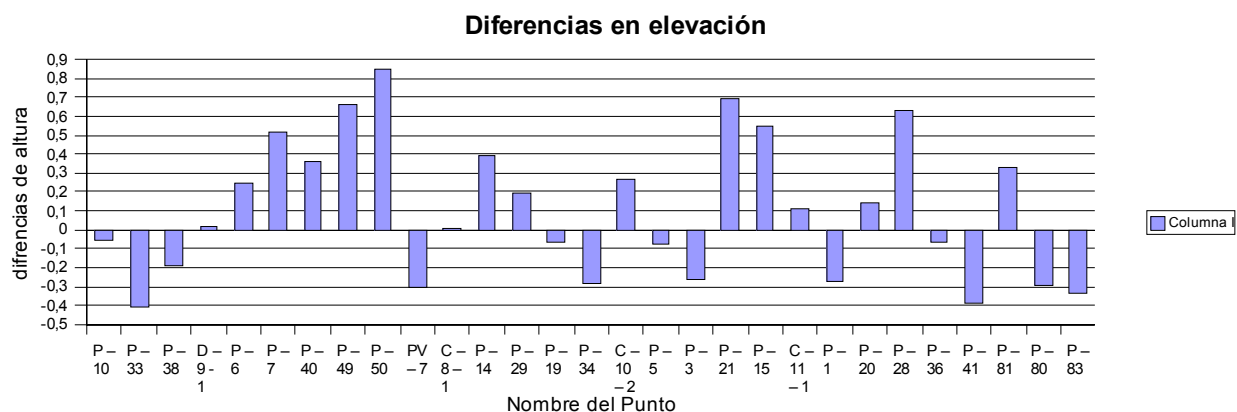
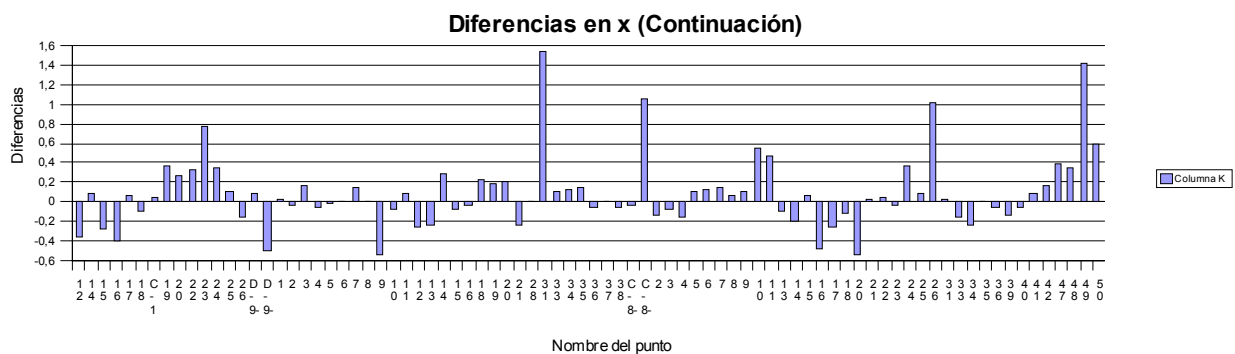
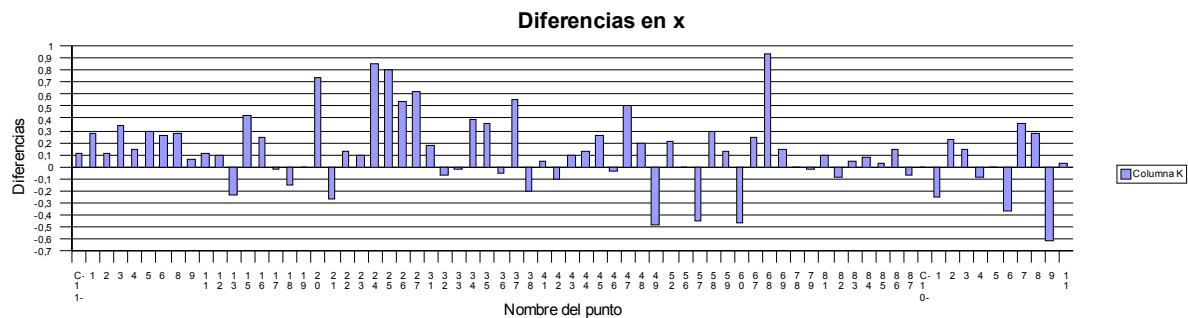
Control Horizontal.

9	0,45	-0,61	0,76
11	-0,3	0,02	0,3
12	0,32	-0,37	0,49
14	-0,22	0,09	0,24
15	0,13	-0,27	0,3
16	-0,17	-0,4	0,44
17	-0,03	0,07	0,08
18	0,18	-0,1	0,21
C-10-1	0,22	0,03	0,22
19	0,3	0,37	0,48
20	0,06	0,27	0,28
22	0,1	0,33	0,34
23	-0,02	0,78	0,78
24	-0,56	0,35	0,66
25	0,27	0,11	0,29
26	0,4	-0,16	0,43
D-9-1	-0,08	0,08	0,12
D-9-2	1,24	-0,51	1,34
1	-0,18	0,03	0,18
2	-0,07	-0,04	0,08
3	-0,13	0,17	0,21
4	0,09	-0,06	0,1
5	0,15	-0,01	0,15
6	-0,06	0,01	0,06
7	-0,03	0,14	0,14
8	-0,49	-0,01	0,49
9	-0,21	-0,55	0,59
10	0,14	-0,08	0,16
11	0,11	0,07	0,14
12	-0,01	-0,26	0,26
13	-0,11	-0,23	0,25
14	-2,16	0,28	2,18
15	-0,18	-0,07	0,19
16	0,35	-0,03	0,35
18	-0,33	0,22	0,4
19	0,15	0,19	0,24
20	0,01	0,21	0,21
21	-0,18	-0,24	0,3
28	0,01	0	0,01
31	-0,3	1,55	1,58
33	0,26	0,1	0,28
34	0,53	0,12	0,54
35	0,07	0,15	0,17
36	0,01	-0,06	0,06
37	0,14	-0,01	0,14
38	0,13	-0,05	0,14
C-8-2	-0,11	-0,04	0,12
C-8-1	-0,02	1,05	1,05
2	-0,26	-0,15	0,3
3	-0,22	-0,07	0,23
4	-0,16	-0,17	0,23
5	-0,27	0,11	0,29
6	0,05	0,13	0,14
7	-0,32	0,14	0,35
8	0,19	0,06	0,2
9	-0,4	0,11	0,41
10	-0,24	0,55	0,6
11	-0,24	0,47	0,53
13	-0,13	-0,11	0,17
14	-0,11	-0,2	0,23
15	-0,24	0,06	0,24
16	-0,11	-0,48	0,49
17	-0,19	-0,27	0,33
18	-0,18	-0,12	0,22
20	0,09	-0,54	0,55
21	-0,28	0,03	0,28
22	-0,14	0,04	0,14
23	-0,14	-0,04	0,14
24	0,03	0,37	0,37
25	-0,04	0,09	0,1
26	1,34	1,02	1,68
31	-0,06	0,02	0,06
33	0,05	-0,15	0,16
34	-0,16	-0,23	0,28
35	-0,12	-0,01	0,12
36	0,04	-0,07	0,08
39	0,17	-0,14	0,22

3.4. Análisis de sistematismos y Distribución.

Es necesario verificar que las observaciones realizadas no tengan sistematismos, o si los hay, que no sean muy evidentes. En el caso del ejemplo se pueden apreciar en forma gráfica los vectores de desplazamiento entre las posiciones GPS y los puntos extraídos desde la cartografía digital, así como de las elevaciones obtenidas por nivelación en el campo y las obtenidas de la cartografía. De acuerdo a lo que se puede observar en las figuras, no aparecen patrones definidos de tendencia de los vectores, con valores positivos y negativos, expresando sistematismos muy poco pronunciados, una muestra clara de esto son los desplazamientos en direcciones distintas de los componentes de los puntos, también es muy evidente en estos gráficos, los puntos que están fuera de tolerancia.





3.5. Análisis de precisiones horizontales.

Esta actividad deberá realizarse punto por punto en la muestra seleccionada, verificando si individualmente cumple con la norma de acuerdo a lo ofertado; para el caso del ejemplo es $0.3 \cdot M$ mm, donde M es el denominador de la escala, obteniéndose una tolerancia en posición de 0.30 m para la escala 1:1 000.

Cuando cualquiera de las componente (ΔN y ΔE) del vector tengan valores mayor a 0,21, el valor del vector resultante estará fuera de la norma.

En el ejemplo, para control horizontal, se observa que uno de sus componentes (ΔN y/o ΔE) están fuera de la tolerancia prevista para la escala, en forma previa las coordenadas de estos puntos de la muestra, deben ser analizadas, con el fin de detectar equivocaciones en su obtención, tales como de identificación y cálculo. En caso que este error se mantenga se deberá mantener estos puntos, obteniéndose finalmente la muestra final con la que se hará el tratamiento estadístico respectivo para la determinación de la precisión horizontal media del mapa.

3.6. Análisis de precisiones verticales.

De igual manera se realizará el análisis punto por punto, tomando en consideración la precisión ofertada para la escala, o lo solicitado por el usuario; en nuestro ejemplo será el $\frac{1}{4}$ del intervalo de la curva de nivel; que cuantitativamente para el caso de la escala 1:1000 se traduce a 0.25m. Ejemplo:

PUNTOS	COTA DE LA CARTA (Hc)	COTA DEL TERRENO (Hd)	DIFERENCIAS (ΔH)
P - 10	2438,00	2437,94	-0,06
P - 33	2438,00	2437,59	-0,41
P - 38	2435,00	2434,81	-0,19
D - 9 - 1	2438,00	2438,02	0,02
P - 6	2435,00	2435,25	0,25
P - 7	2437,00	2437,52	0,52
P - 40	2431,00	2431,36	0,36
P - 49	2434,00	2434,66	0,66
P - 50	2434,00	2434,85	0,85
PV - 7	2472,01	2471,71	-0,30
C - 8 - 1	2442,80	2442,81	0,01
P - 14	2448,00	2448,39	0,39
P - 29	2445,00	2445,19	0,19
P - 19	2443,80	2443,73	-0,07
P - 34	2452,90	2452,62	-0,28
C - 10 - 2	2511,00	2511,27	0,27
P - 5	2465,00	2564,92	-0,08
P - 3	2462,00	2461,74	-0,26
P - 21	2486,00	2486,69	0,69
P - 15	2465,00	2465,55	0,55
C - 11 - 1	2427,00	2427,11	0,11
P - 1	2422,00	2421,73	-0,27
P - 20	2422,00	2422,14	0,14
P - 28	2417,90	2418,53	0,63
P - 36	2417,00	2416,93	-0,07
P - 41	2416,00	2415,61	-0,39

Al igual que el desarrollo en la posición horizontal, se mantendrán estos puntos si es producto de una buena observación.

El tratamiento estadístico se hará basándose en la concepción de errores lineales y circulares de la muestra, para más tarde extrapolar a la población.

3.7. Determinación de la precisión Vertical media del mapa.

El procedimiento radica en determinar los errores aleatorios, que son los que permanecen después de haber señalado las equivocaciones y los errores sistemáticos. Las causas aleatorias o desconocidas están caracterizadas por la alteración de signo (los errores positivos y negativos se encuentra con igual frecuencia), los errores pequeños se encuentran más frecuentemente que los grandes que son extremadamente raros.

Al contener el mapa errores aleatorios puede usarse la función de densidad normal o de Gauss, que responde a la siguiente ecuación:

$$p(x) = (1/\sigma_x \sqrt{2\pi}) \exp(-x^2/2\sigma_x^2)$$

en donde:

$p(x)$ = Probabilidad de que los puntos estén bien posicionados.

x = Valor del mapa menos el valor levantado o conocido.

σ_x = Desviación estándar de x .

La desviación estándar, σ_x , del error lineal x , se calcula por la fórmula.

$$\sigma_x = \sqrt{\sum(x^2)/(n-1)}$$

en donde n es el número de puntos controlados.

Se debe tomar en cuenta el tipo de datos que se vayan utilizar, para el tratamiento estadístico, pues es necesario distinguir conceptualmente a la muestra (si se obtuvo con un determinado nivel de confianza) y en función de él se debe determinar la probabilidad de los puntos se encuentren dentro de lo planteado; o de población.

En las normas nacionales de precisión cartográfica del Ecuador, se determina que el 90% de todas las curvas de nivel y las alturas cartografiadas deberán tener una precisión de menos de un cuarto del intervalo requerido o básico de las curvas de nivel, con relación a un plano de referencia vertical básico, el 10% restante no excederá del valor de la mitad del intervalo de curva nivel. De tal modo la Norma de precisión cartográfica (NPC) está definida por:

$$NPC = \int p(x) dx = 0.90$$

que representa el 90% de la superficie debajo de la curva. La NPC está relacionada a la desviación estándar como sigue:

$$\begin{aligned} \text{o sea: } NPC &= 1.645 \sigma_x \\ \sigma_x &= 0.608 NPC \end{aligned}$$

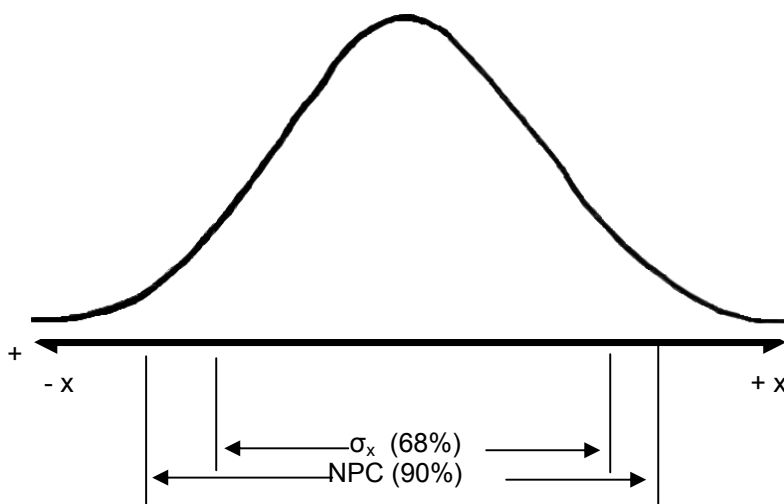
Por lo tanto, cuando la NPC valdrá el un cuarto de la equidistancia de las curvas de nivel (E), una definición equivalente en términos de la desviación estándar será:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 0.608 (E) \\ \sigma_x &= 0.608 (0.25) \\ \sigma_x &= 0.152 \\ \sigma_x &\sim 0.2 \end{aligned}$$

Sabemos que $\sigma_x = 0.608 NPC$, reemplazando el valor de $\sigma_x = 0.152$. tenemos que:

$$\begin{aligned} NPC &= 1.645 \sigma_x \\ NPC &= 1.645 \cdot 0.152 \\ NPC &= 0.25 \text{ que es el valor que fijara el porcentaje del 90\%.} \end{aligned}$$

P (x) (Distribución normal lineal)



	PUNTOS	COTA DE LA CARTA (Hc)	COTA DEL TERRENO (Hd)	DIFERENCIA AS X	X²	No. de puntos que cumplen con la norma
1	P - 10	2438,00	2437,94	-0,06	0,0036	1
2	P - 33	2438,00	2437,59	-0,41	0,1681	0
3	P - 38	2435,00	2434,81	-0,19	0,0361	1
4	D - 9 - 1	2438,00	2438,02	0,02	0,0004	1
5	P - 6	2435,00	2435,25	0,25	0,0625	0
6	P - 7	2437,00	2437,52	0,52	0,2704	0
7	P - 40	2431,00	2431,36	0,36	0,1296	0
8	P - 49	2434,00	2434,66	0,66	0,4356	0
9	P - 50	2434,00	2434,85	0,85	0,7225	0
10	PV - 7	2472,01	2471,71	-0,30	0,0900	0
11	C - 8 - 1	2442,80	2442,81	0,01	0,0001	1
12	P - 14	2448,00	2448,39	0,39	0,1521	0
13	P - 29	2445,00	2445,19	0,19	0,0361	1
14	P - 19	2443,80	2443,73	-0,07	0,0049	1
15	P - 34	2452,90	2452,62	-0,28	0,0784	0
16	C - 10 - 2	2511,00	2511,27	0,27	0,0729	0
17	P - 5	2465,00	2564,92	-0,08	0,0064	1
18	P - 3	2462,00	2461,74	-0,26	0,0676	0
19	P - 21	2486,00	2486,69	0,69	0,4761	0
20	P - 15	2465,00	2465,55	0,55	0,3025	0
21	C - 11 - 1	2427,00	2427,11	0,11	0,0121	1
22	P - 1	2422,00	2421,73	-0,27	0,0729	0
23	P - 20	2422,00	2422,14	0,14	0,0196	1
24	P - 28	2417,90	2418,53	0,63	0,3969	0
25	P - 36	2417,00	2416,93	-0,07	0,0049	1
26	P - 41	2416,00	2415,61	-0,39	0,1521	0
27	P - 81	2427,00	2427,33	0,33	0,1089	0
28	P - 80	2430,00	2429,71	-0,29	0,0841	0
29	P - 83	2429,00	2428,66	-0,34	0,1156	0
		Número total de puntos		29		29
		Puntos aceptados		10		
		Sumatorio		2,96	4,08	

3.8. Determinación de la precisión horizontal del mapa (errores circulares).

Además de valorar los errores de altura, se puede analizar linealmente los componentes horizontales del error de posición geográfica, formando de ellos la distribución circular de errores. El error circular es un error de dos dimensiones tal como la imprecisión de la posición geográfica de un punto respecto a los ejes X e Y. Cada observación de las coordenadas X e Y desviará normalmente del valor real desconocido en unas respectivas cantidades (errores) x e y.

Siendo aleatorios e independientes, los errores tienen la distribución de probabilidad:

$$p(x) = (1/\sigma_x \sqrt{2\pi}) \exp(-x^2/2\sigma_x^2)$$

$$p(y) = (1/\sigma_y \sqrt{2\pi}) \exp(-y^2/2\sigma_y^2)$$

En donde:

p(x)=Probabilidad de que los puntos estén bien posicionados en x.
x=Valor del mapa menos el valor levantado o conocido en x.
σ_x=Desviación estándar de x.

p(y)=Probabilidad de que los puntos estén bien posicionados en y.

y=Valor del mapa menos el valor levantado o conocido en y.
 σ_y =Desviación estándar de y.

La probabilidad de acaecer simultáneamente los errores en x e y es:

$$p(x,y)=\iint \left(\frac{1}{2\pi \sigma_x \sigma_y} \right) \exp(-1/2(x^2/\sigma_x^2 + y^2/\sigma_y^2)) dx dy$$

Se determina una distribución circular cuando:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_c \text{ además } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$p(r) = \int \left(\frac{1}{2\pi \sigma_c \sqrt{2\pi}} \right) \exp(-1/2(r^2/\sigma_c^2)) dr$$

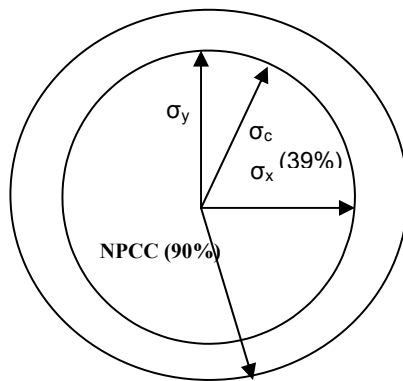
en el cual :

σ_c = desviación estándar circular

Se resuelve la probabilidad de desviación estándar circular poniendo $r = c$ en la ecuación de $P(r)$ anterior:

$$p(\sigma_c) = 0.3935 \text{ o sea } 39,35 \%$$

La distribución normal circular está ilustrada en la figura.



La superficie encerrada del círculo de radio σ_c se obtiene de la formula:

$$\sigma_c \sim 0.5 (\sigma_x + \sigma_y)$$

La norma de precisión cartográfica circular (NPCC) se basa en el índice, expresado en porcentaje por las Normas nacionales de precisión cartográfica, el cual determina que no mas de 10 % de los puntos bien definidos del mapa deberán tener un error de posición horizontal que exceda el 0.35 mm por el módulo de la escala. Como antes se interpreta que las normas limitan la grandeza del error que no debe exceder el 90% de los puntos bien definidos. En términos de error estándar circular:

$$NPCC = 2.146 \sigma_c$$

o sea que;

$$\sigma_c = 0.466 NPCC$$

Determinada la NPCC a ser igual a 0.35mm por el módulo de la escala, la definición equivalente en términos de la desviación estándar circular es:

$$\sigma_c = 0.466 (0.35) \\ \sigma_c \sim 0.163$$

entonces:

$$NPCC = 2.146 \sigma_c$$

NPCC=2.146*0.163

NPCC= 0.35 que es el valor que fijara el porcentaje del 90%

La teoría y las fórmulas presentadas en la discusión anterior proveen criterios meritorios para valorar la precisión, tanto lineal como circular, de los productos cartográficos, de origen tanto nacional como extranjero. Calculando para las alturas una desviación estándar lineal (precisión horizontal), la precisión cartográfica se expresa por la probabilidad de 90 % en las distribuciones de errores, tanto lineales como circulares.

ID	DIFERENCIAS			Error cuadrático medio			Puntos dentro de la norma
PUNTO	NORTE (ΔN)	ESTE (ΔE)	VECTOR	ΔN ²	ΔE ²	Error radial	
C-11-1	-0,22	0,89	0,92	0,05	0,79	0,92	0
2	0,08	0,11	0,135	0,01	0,01	0,14	1
5	-0,069	0,294	0,302	0	0,09	0,3	1
6	-0,131	0,265	0,296	0,02	0,07	0,3	1
9	0,11	0,06	0,12	0,01	0	0,12	1
12	0,07	0,09	0,11	0	0,01	0,11	1
18	0,12	-0,15	0,19	0,01	0,02	0,19	1
19	-0,05	-0,01	0,05	0	0	0,05	1
20	0,31	0,74	0,8	0,1	0,55	0,8	0
21	-0,01	-0,26	0,26	0	0,07	0,26	1
22	-0,03	0,13	0,13	0	0,02	0,13	1
23	-0,01	0,1	0,1	0	0,01	0,1	1
32	-0,19	-0,06	0,2	0,04	0	0,2	1
33	0,22	-0,02	0,22	0,05	0	0,22	1
36	-0,05	-0,05	0,07	0	0	0,07	1
41	0,25	0,05	0,25	0,06	0	0,25	1
42	-0,16	-0,1	0,19	0,02	0,01	0,19	1
43	0,1	0,09	0,13	0,01	0,01	0,13	1
44	0,11	0,13	0,17	0,01	0,02	0,17	1
45	0,09	0,26	0,27	0,01	0,07	0,27	1
46	-0,13	-0,04	0,14	0,02	0	0,14	1
48	-0,2	0,19	0,28	0,04	0,04	0,28	1
56	0,13	-0,01	0,13	0,02	0	0,13	1
59	0	0,12	0,12	0	0,02	0,12	1
69	0,03	0,15	0,15	0	0,02	0,15	1
78	0,04	-0,01	0,04	0	0	0,04	1
79	-0,29	-0,01	0,29	0,08	0	0,29	1
81	0,04	0,1	0,1	0	0,01	0,1	1
82	0,15	-0,08	0,17	0,02	0,01	0,17	1
83	0	0,05	0,05	0	0	0,05	1
84	-0,01	0,07	0,07	0	0,01	0,07	1
85	-0,06	0,03	0,07	0	0	0,07	1
86	-0,04	0,14	0,15	0	0,02	0,15	1
87	0,03	-0,06	0,07	0	0	0,07	1
C-10-2	-0,08	0	0,08	0,01	0	0,08	1
3	-0,2	0,15	0,25	0,04	0,02	0,25	1
4	0,05	-0,09	0,11	0	0,01	0,11	1
5	0,26	-0,01	0,26	0,07	0	0,26	1
3	-0,2	0,15	0,25	0,04	0,02	0,25	1
4	0,05	-0,09	0,11	0	0,01	0,11	1
5	0,26	-0,01	0,26	0,07	0	0,26	1
8	0,04	0,28	0,28	0	0,08	0,28	1
11	-0,3	0,02	0,3	0,09	0	0,3	1
14	-0,22	0,09	0,24	0,05	0,01	0,24	1
15	0,13	-0,27	0,3	0,02	0,08	0,3	1
17	-0,03	0,07	0,08	0	0	0,08	1
18	0,18	-0,1	0,21	0,03	0,01	0,21	1
C-10-1	0,22	0,03	0,22	0,05	0	0,22	1
20	0,06	0,27	0,28	0	0,07	0,28	1
25	0,27	0,11	0,29	0,07	0,01	0,29	1
D-9-1	-0,08	0,08	0,12	0,01	0,01	0,12	1
1	-0,18	0,03	0,18	0,03	0	0,18	1
2	-0,07	-0,04	0,08	0	0	0,08	1
3	-0,13	0,17	0,21	0,02	0,03	0,21	1
4	0,09	-0,06	0,1	0,01	0	0,1	1
5	0,15	-0,01	0,15	0,02	0	0,15	1
6	-0,06	0,01	0,06	0	0	0,06	1
7	-0,03	0,14	0,14	0	0,02	0,14	1
10	0,14	-0,08	0,16	0,02	0,01	0,16	1
11	0,11	0,07	0,14	0,01	0,01	0,14	1
12	-0,01	-0,26	0,26	0	0,07	0,26	1
13	-0,11	-0,23	0,25	0,01	0,05	0,25	1
14	-2,16	0,28	2,18	4,68	0,08	2,18	0
15	-0,18	-0,07	0,19	0,03	0	0,19	1
18	-0,33	0,22	0,4	0,11	0,05	0,4	0
19	0,15	0,19	0,24	0,02	0,04	0,24	1
20	0,01	0,21	0,21	0	0,04	0,21	1
21	-0,18	-0,24	0,3	0,03	0,06	0,3	1
28	0,01	0	0,01	0	0	0,01	1
33	0,26	0,1	0,28	0,07	0,01	0,28	1
35	0,07	0,15	0,17	0,01	0,02	0,17	1
36	0,01	-0,06	0,06	0	0	0,06	1
37	0,14	-0,01	0,14	0,02	0	0,14	1
38	0,13	-0,05	0,14	0,02	0	0,14	1
C-8-2	-0,11	-0,04	0,12	0,01	0	0,12	1
2	-0,26	-0,15	0,3	0,07	0,02	0,3	1
3	-0,22	-0,07	0,23	0,05	0,01	0,23	1
4	-0,16	-0,17	0,23	0,03	0,03	0,23	1
5	-0,27	0,11	0,29	0,07	0,01	0,29	1
6	0,05	0,13	0,14	0	0,02	0,14	1
8	0,19	0,06	0,2	0,04	0	0,2	1
10	-0,24	0,55	0,6	0,06	0,3	0,6	0
13	-0,13	-0,11	0,17	0,02	0,01	0,17	1
14	-0,11	-0,2	0,23	0,01	0,04	0,23	1
15	-0,24	0,06	0,24	0,06	0	0,24	1
18	-0,18	-0,12	0,22	0,03	0,01	0,22	1
21	-0,28	0,03	0,28	0,08	0	0,28	1
22	-0,14	0,04	0,14	0,02	0	0,14	1
23	-0,14	-0,04	0,14	0,02	0	0,14	1
25	-0,04	0,09	0,1	0	0,01	0,1	1
31	-0,06	0,02	0,06	0	0	0,06	1
33	0,05	-0,15	0,16	0	0,02	0,16	1
34	-0,16	-0,23	0,28	0,03	0,05	0,28	1
35	-0,12	-0,01	0,12	0,01	0	0,12	1
36	0,04	-0,07	0,08	0	0	0,08	1
39	0,17	-0,14	0,22	0,03	0,02	0,22	1
40	0,05	-0,06	0,08	0	0	0,08	1
41	0,15	0,08	0,17	0,02	0,01	0,17	1

Quito, 07 de agosto del 2008.

BIBLIOGRAFIA.

Murray R. Spiegel	Estadística – Serie Schaum.1961
Germán González Bahamonde	Métodos Estadísticos y principios de diseño experimental. Segunda Edición.1985.
Clyde R. Greenwalt	Normas de evaluación cartográfica. 1969
Universidad de Loja	Estadística Inferencial
Lincoyan Portus G	Curso práctico de estadística. Segunda edición. 1999
Taro Yamane	Estadística, tercera edición.1973

